

1. Sind folgende Funktionen gerade oder ungerade?

a. $f(x) = 2x^4 + 1$

b. $f(x) = x^3 - x$

c. $f(x) = \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2} + 1$

d. $f(x) = \frac{1}{x^2}$

2. Ist $f(x) = (2x - 1)^5$ gerade oder ungerade? Schreiben Sie $f(x)$ als Summe einer geraden und einer ungeraden Funktion

3. Man bestimme die Funktion $f(x)$, falls $f(x + 1) = x^2 - 3x + 2$.

4. Welches ist die Umkehrfunktion von $f(x) = ax^2 + bx + c$ für $a \neq 0$?

5. Untersuchen Sie die Funktion $y = \begin{cases} \sqrt{1 - x^2}, & |x| < 1 \\ 0, & |x| = 1 \\ \sqrt{|x| - 1}, & |x| > 1 \end{cases}$ auf Stetigkeit.

6. Untersuchen Sie das Monotonieverhalten der Funktion
 $y = 3x^4 - 19x^3 - 2x^2 - 44x - 120$

7. Bilden Sie die Funktion $F(x) = f(g(x))$, indem Sie zuerst g auf x anwenden und danach f auf das Resultat. Beispiel: $f(x) = \sqrt{x}$ und $g(x) = x + 1$. Dann wäre $F(x) = \sqrt{x + 1}$.

Von den beiden Funktionen f und g wissen Sie, dass sie streng monoton steigend sind. Untersuchen Sie das Monotonieverhalten von $F(x)$ (aber nicht am obigen Beispiel, sondern allgemein!).

8. Auf welchen Intervallen sind folgende Funktionen (streng) konvex (oder konkav)?

a) $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 2$

b) $y = \frac{3}{40}x^4 - \frac{1}{5}x^3 - \frac{9}{20}x^2 - 1$

9. Geben Sie bei jeder der folgenden Aussagen an, ob sie wahr oder falsch ist. Wenn „falsch“, geben Sie ein Gegenbeispiel an.

a. Jedes Polynom 5. Grades hat genau 5 reelle Nullstellen.

b. Jede ungerade Funktion ist entweder monoton steigend oder monoton fallend.

c. Es gibt keine Funktion, die ihre eigene Umkehrfunktion ist.

d. Jede Funktion $y = f(x)$ mit $f(x_1) < 0$ und $f(x_2) > 0$ für $x_1 < x_2$ hat zwischen x_1 und x_2 eine Nullstelle.