

0.1 Complexe getallen

Stelling : Voor alle complexe getallen z en w geldt:

1. $z^{**} = z$
2. $(zw)^* = z^* w^*$
3. $(z + w)^* = z^* + w^*$
4. $(z/w)^* = (z^*)/(w^*)$
5. $z + z^* = 2 \operatorname{Re}(z) \quad z - z^* = 2i \operatorname{Im}(z)$
6. $\arg(z^*) = -\arg(z)$
7. $\arg(zw) = \arg(z) + \arg(w)$
8. $\arg(z/w) = \arg(z) - \arg(w)$

1. $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$
2. $|z_1 - z_2| \geq |z_1| - |z_2|$
3. $|z_2 - z_1| \geq |z_2| - |z_1|$
4. $|\operatorname{Re}(z)| \leq |z| \quad |\operatorname{Im}(z)| \leq |z|$

Euler : $e^{inx} = \cos nx + i \sin nx$

Definitie : Wortels uit complexe getallen. Zij $z^n = w$, dan geldt voor de n de machtswortel van het complexe getal w :

$$\begin{aligned} z &= w^{\frac{1}{n}} = (|w| e^{i\theta+2k\pi})^{\frac{1}{n}} \\ &= (|w| e^{i\theta})^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{|w|} e^{\frac{\theta+2k\pi}{n}i} \end{aligned}$$

Definitie : Begrippen uit de verzamelingenleer:

- Een verzameling V is *begrensd* als er een constante M bestaat zodat $|z| < M$ voor alle $z \in V$.
- Zij $a \in \mathbb{C}$ en $p > 0$, dan is de verzameling $\{z \mid |z - a| < p\}$ een *omgeving of p omgeving* van a .
- de verzameling $\{z \mid 0 < |z - a| < p\}$ is een *gereduceerde omgeving* van a .
- Een verzameling V is *samenhangend* als elk paar punten van V verbonden kan worden door een kromme binnen V