

**Exemple 7.4.2** Pour  $A = I$ , on obtient le groupe  $e^{tA} = e^t I$  des homothéties de centre 0 et de rapport positif.

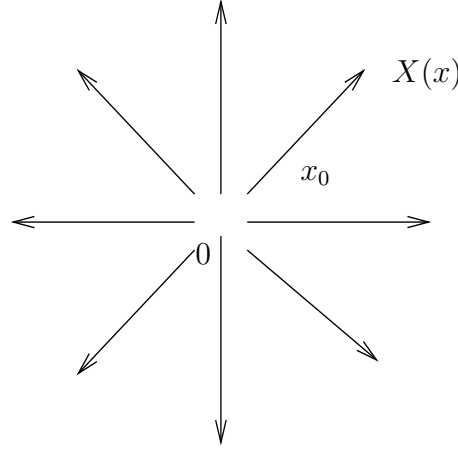


FIG. 7.1 – Groupe des homothéties

**Exemple 7.4.3** Pour  $J \in \text{End}(\mathbb{R}^2)$  dont la matrice est  $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ , on a  $J^2 = -I$ ,  $J^3 = -J$ ,  $J^4 = I$ .

On en déduit :  $e^{tJ} = (\cos t)I + (\sin t)J$ , c-à-d. la matrice associée à  $e^{tJ}$  est  $\begin{pmatrix} \cos t & -\sin t \\ \sin t & \cos t \end{pmatrix}$ .

On obtient le groupe des rotations de centre 0.

**Exemple 7.4.4** Pour  $H \in \text{End}(\mathbb{R}^2)$  dont la matrice est  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ , on a  $H^2 = I$  donc  $H^{2p} = I$  et  $H^{2p+1} = H$ .

On en déduit :  $e^{tH} = (\cosh t)I + (\sinh t)H$ , c-à-d. la matrice associée à  $e^{tH}$  est  $\begin{pmatrix} \cosh t & \sinh t \\ \sinh t & \cosh t \end{pmatrix}$ .

On obtient le groupe des rotations hyperboliques.

**Remarque 7.4.1** Les figures montrent dans chacun des cas, l'orbite  $\{e^{tA}.x_0, t \in \mathbb{R}\}$  d'un point  $x_0 \in E = \mathbb{R}^2$ .

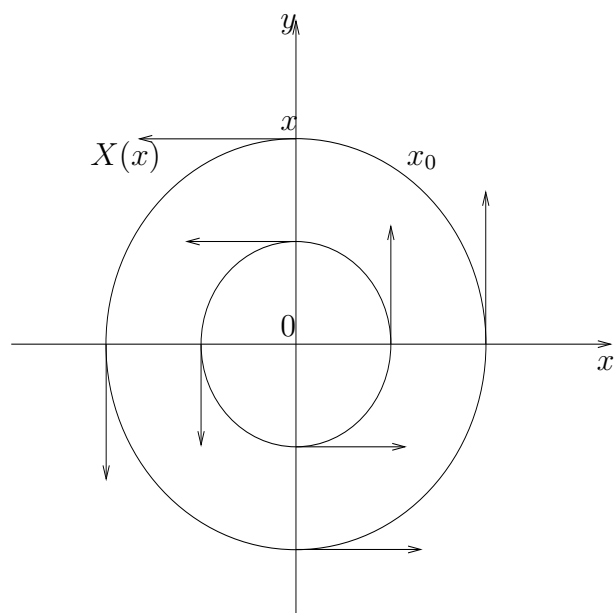


FIG. 7.2 – Groupe des rotations autour de l'origine

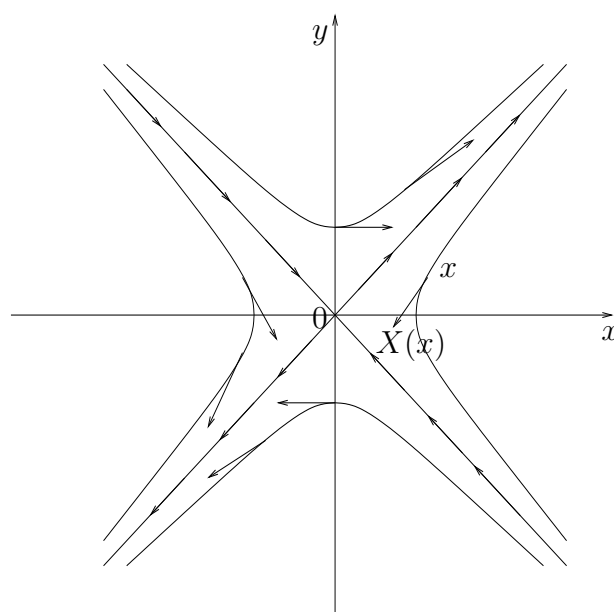


FIG. 7.3 – Groupe des rotations hyperboliques